重力場の粒子描像について

森田 知真

Abstract. この小論では, [Mo3] において得られた独自の時空間に対する数学的解釈を用いて, 連続的な重力場が持つ離散的な粒子的性質についてのひとつの考察を与えようとするものである.

1. 特殊相対性理論について

まずは, [Mo3] において述べた独自の時空間に対する数学的解釈について復習しておく. 静止した地面 (慣性系 S) に対して, 一定の速さ V で移動している台車 (慣性系 S') を考える. なお, この台車の台 AB は S' の運動方向と平行になっており, AB の中点 O には光源が据え付けられているとする. そして, 光源 O から出た光がどのように観測されるかを考えたい. 台車に乗り, 慣性系 S' において, この実験を観測している者にとっては, 当然のごとく, 点 A と点 B に光が同時に到着する様子が目撃される. 一方で, S に静止している観測者は光速度不変の原理により, 光が点 B よりも先に, 点 A に到着する様子を目撃することになるであろう.

地面に静止 S: A $\xleftarrow{\text{光}}$|$\xrightarrow{\text{光}}$…… B　台車と動く S': A $\xleftarrow{\text{光}}$|$\xrightarrow{\text{光}}$ B

この台車の例からも分かるように, 観測者ごとに全く異なった世界が広がっている. しかし, この光源 O から光を発光させるという行為は紛れもなく, たった一つの事象であり, むしろ, 光源 O に対する各観測者 (慣性系) の存在によって, それぞれの世界が広がっていると考えるのが自然であろう. この考察に基づき, 慣性系ごとによる世界からの少しずつの寄与によって, ひとつの世界をなし, 物質は「波であり粒子である」という性質を持つという見解を [Mo3] で述べた.

2. 一般相対性理論について

2.1. 古典論の復習. アインシュタインの一般相対性理論によると, 重力場というのは物質による時空間の歪みによって引き起こされるというものであり, その方程式は

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$$

で与えられる. 左辺の第 1 項目はアインシュタイン・テンソルであり時空間の歪みを表し, 第 2 項目は宇宙定数項である. 一方で, 右辺の κ はアインシュタインの重力定数で, $T_{\mu\nu}$ は物質場の分布を示すエネルギー運動量テンソルである.

Date: April 24, 2019.
Key words and phrases. 相対性理論, 連続場の離散化.

2.2. 重力場の粒子描像. 重力場の粒子描像というのは時空間の離散化に他ならず, 整数論的な観点から見ても非常に興味深いものである. ここでは, 1 章で述べた「慣性系ごとによる世界からの少しずつの寄与によって, ひとつの世界をなしている」というのを原理として, 重力場の粒子描像のひとつの可能性を提示することを目的としたい.

2.2.1. 準備. まずは物質場の静止系を S_0 とし, S_0 でのアインシュタイン方程式を $G^{(0)}_{\mu\nu} + \Lambda g^{(0)}_{\mu\nu} = \kappa T^{(0)}_{\mu\nu}$ とし, 左辺全体を $\mathbb{G}^{(0)}_{\mu\nu}$ と書くことにする. 一方で, S_0 から相対速度 V で動いている慣性系を S_V とし, これに対応するアインシュタイン方程式を

$$(*) \qquad \mathbb{G}^{(V)}_{\mu\nu} = \kappa T^{(V)}_{\mu\nu}$$

と書くことにする.

2.2.2. 足し合わせ. 方程式 $(*)$ のアインシュタイン・ヒルベルト作用を考え, 上で述べた原理によって, それらを各慣性系 S_V ごとに足し合わせたものをひとつの新しい作用として提案したい. この作用から得られる方程式は $(*)$ 型の左辺が時空間の歪みを表し, 右辺は物質場の分布を表すものとなる. さらには, この方程式によって, 各慣性系 S_V からの少しずつの時空間の歪みがフーリエ展開において, 波を形成し, また同時に, ひとつの粒子を表しているものだと捉えることができるだろう.

References

[Mo1] Morita, K.:*Generalization of the theory of mixed Hodge structures and its application.*
[Mo2] Morita, K.:*On the topological aspects of arithmetic elliptic curves.*
[Mo3] Morita, K.:*On the mathematical interpretations of quantum field theory.* (In Japanese)
[Mo4] Morita, K.:*On the arithmetic interpretations of Casimir energy.* (In Japanese)
[Mo5] Morita, K.:*Deformation theory of quantum fields.* (In Japanese)

Department of Mathematics, Hokkaido University, Sapporo 060-0810, Japan

Email address: morita@math.sci.hokudai.ac.jp